Сумма степеней всех вершин графа равна удвоенному числу его ребер

Число вершин с нечетными степенями в графе четное

G = (V, E) – граф, где:

* V – множество всех вершин графа,
* E – множество двухэлементных подмножеств из V (ребра графа), при этом рассматриваются не все подмножества V

2 вершины называются смежными, если они соединены одним ребром.

Смежные ребра – ребра с одной общей вершиной

Вершина инцидентна ребру, если она – конец этого ребра

Матрица смежности – матрица NxN, где строки и столбцы – это вершины. Элемент = 0, если вершины не смежные, иначе 1.

Маршрут (путь) = v e v e v, где «е» - это ребро, v – это вершина. Ребро должно содержать обе вершины.

Путь называется простым, если он не содержит одинаковых вершин (исключение: если совпадают начало и конец, тогда это простой цикл)

Простой цикл – это замкнутый простой путь (начало и конец совпадают)

Граф связный – если для любых двух вершин есть путь

Граф несвязный, если есть вершины, для которых нет пути

Граф

Компонента связности – это связный подграф графа, такой что ему нельзя добавить вершину или ребро, чтобы он после этого остался связным подграфом графа (конечный связный подграф графа)

Графы и – изоморфные, если существует биекция такая, что

u и v – какие-то вершины

*тогда и только тогда, когда*

Где f – способ задачи биекции. То есть мы ставим в соответствие одним вершинам другие так, что у нас сохраняются все ребра (меняются лишь названия вершин в них, но их число сохраняется, сохраняются и все пути).

## Эйлеровы и Гамильтоновы графы

Связный граф называется Эйлеровым, если существует цикл, проходящий по всем ребрам (нельзя ходить по ребрам 2 раза, вершины могут повторяться).

Условие для Эйлерова графа: степени всех вершин четные

Связный граф называется Полуэйлеровым, если существует путь, проходящий по всем ребрам (нельзя ходить по ребрам 2 раза, вершины могут повторяться).

Условие для Полуэйлерова графа: вершин нечетной степени не больше 2.

Любой Эйлеров граф является Полуэйлеровым

Связный граф называется Гамильтоновым, если существует цикл, проходящий по всем вершинам (ребра повторяются, вершины нет)

Связный граф называется Полугамильтоновым, если существует путь, проходящий по всем вершинам (ребра повторяются, вершины нет).

Любой Гамильтонов граф является Полугамильтоновым.

Условия Гамильтонова:

1. Теорема Дирака Любой граф с числом вершин не меньше 3 является Гамильтоновым, если для любой вершины этого графа верно, что степень вершины не меньше половины числа вершин графа
2. Теорема Оре   
   Любой граф с числом вершин не меньше 3 является Гамильтоновым, сумма степеней любых двух несмежных вершин этого графа не меньше числа вершин этого графа.

При этом эти условия работают так: если они выполняются, граф Гамильтонов. Если не выполняются, граф может быть Гамильтоновым, а может и не быть

Двудольный граф – тот, у которого вершины разделены на 2 доли. Вершины не могут соединяться с вершинами одной и той же доли, они соединяются только с вершинами другой доли.

Полный двудольный граф – граф, в котором все вершины одной доли соединены со всеми вершинами другой доли.

Циклический граф – граф, состоящий из 1 простого цикла

Граф-колесо – граф, который состоит из циклического графа и вершины, которая соединена со всеми вершинами циклического графа.